

## Edição 2023

### Categoria

**Seniores** (11º e 12º ano de escolaridade)

### Tempo

45 minutos

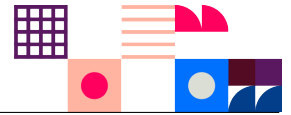
Resolve tantos problemas quanto possível em 45 minutos.

Não é esperado que consigas resolver todos!

Responde apenas na folha de respostas.

É uma folha única, à parte, que deverás identificar com o teu nome.

Os enunciados e folhas de rascunho devem ser obrigatoriamente recolhidos no final da prova.



O **Bebras** é uma iniciativa internacional destinada a promover o pensamento computacional e a Informática (Ciência de Computadores). Foi desenhado para motivar alunos de todas as idades mesmo que não tenham experiência prévia.

Esta iniciativa começou em 2004 na Lituânia e todos os anos participam mais de 3 milhões de aluno de todo o mundo. O seu nome original vem dessa origem - "bebras" significa "castor" em lituano. A comunidade internacional adotou esse nome, porque os castores buscam a perfeição no seu dia-a-dia e são conhecidos por serem muito trabalhadores e inteligentes.

## O que é o Pensamento Computacional?

O pensamento computacional é um conjunto de técnicas de resolução de problemas que envolve a maneira de expressar um problema e a sua solução de modo a que um computador (seja um humano ou máquina) a possa executar. É muito mais do que simplesmente saber programar. O desafio do Bebras promove precisamente este tipo de habilidades e conceitos como a capacidade de partir um problema complexo em problemas mais simples, o desenho de algoritmos, o reconhecimento de padrões ou a capacidade de generalizar e abstrair.

## Organização Portuguesa

O Bebras começou em **Portugal** em 2019 e ano passado contou com a participação de mais de 70 mil estudantes de cerca de 500 escolas de todo o país.

É organizado por uma equipa de pessoas ligadas à Educação e à Ciência de Computadores da **TreeTree2** e do Departamento de Ciência de Computadores da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto (**DCC/FCUP**)

## Estrutura da Prova

Existe apenas uma fase a nível nacional, a qual é constituída por uma prova individual com 12 questões de três níveis de dificuldade diferentes, cuja pontuação é da seguinte forma:

Dificuldade	Correto	Incorreto	Não respondido
fácil	+6 pontos	-2 pontos	0 pontos
média	+9 pontos	-3 pontos	0 pontos
difícil	+12 pontos	-4 pontos	0 pontos

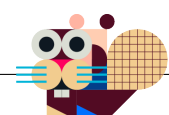
## Sobre os Problemas



CC BY-NC-SA 4.0

Os problemas aqui colocados foram criados pela comunidade internacional da iniciativa Bebras e estão protegidos por uma licença da Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Os problemas da edição portuguesa foram escolhidos, traduzidos e adaptados pela organização portuguesa. Para a deste ano foram usados problemas com autores originários dos seguintes países:



## 1. BebrasGPT

---

O BebrasGPT é um *chatbot* recentemente desenvolvido para produzir frases de três palavras, prevendo a palavra seguinte com base na sequência de palavras anterior. Cada palavra é escolhida uma a uma, sendo que a palavra seguinte é escolhida com base nas probabilidades.

As tabelas abaixo mostram algumas dessas probabilidades.

Probabilidades para a segunda palavra:

	"adoram"	"odeiam"
"Gatos"	0,7	0,3
"Castores"	0,6	0,4

Probabilidades para a terceira palavra:

	"nadar"	"correr"
"Gatos adoram"	0,2	0,8
"Gatos odeiam"	0,9	0,1
"Castores adoram"	0,7	0,3
"Castores odeiam"	0,1	0,9

Por exemplo, se a frase começa com a palavra "Gatos", a probabilidade de a frase de 3 palavras ser "Gatos adoram correr" é de 0,56 porque:

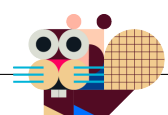
- a probabilidade da segunda palavra ser "adoram" se a palavra anterior for "Gatos" é de 0,7;
- a probabilidade da palavra seguinte ser "correr" se a sequência anterior for "Gatos adoram" é de 0,8;
- portanto, como o modelo prevê as palavras uma a uma, a probabilidade é  $0,7 \times 0,8 = 0,56$ .

### Pergunta

Se uma frase começa com a palavra "Castores", qual é o resultado mais provável do BebrasGPT?

### Respostas possíveis

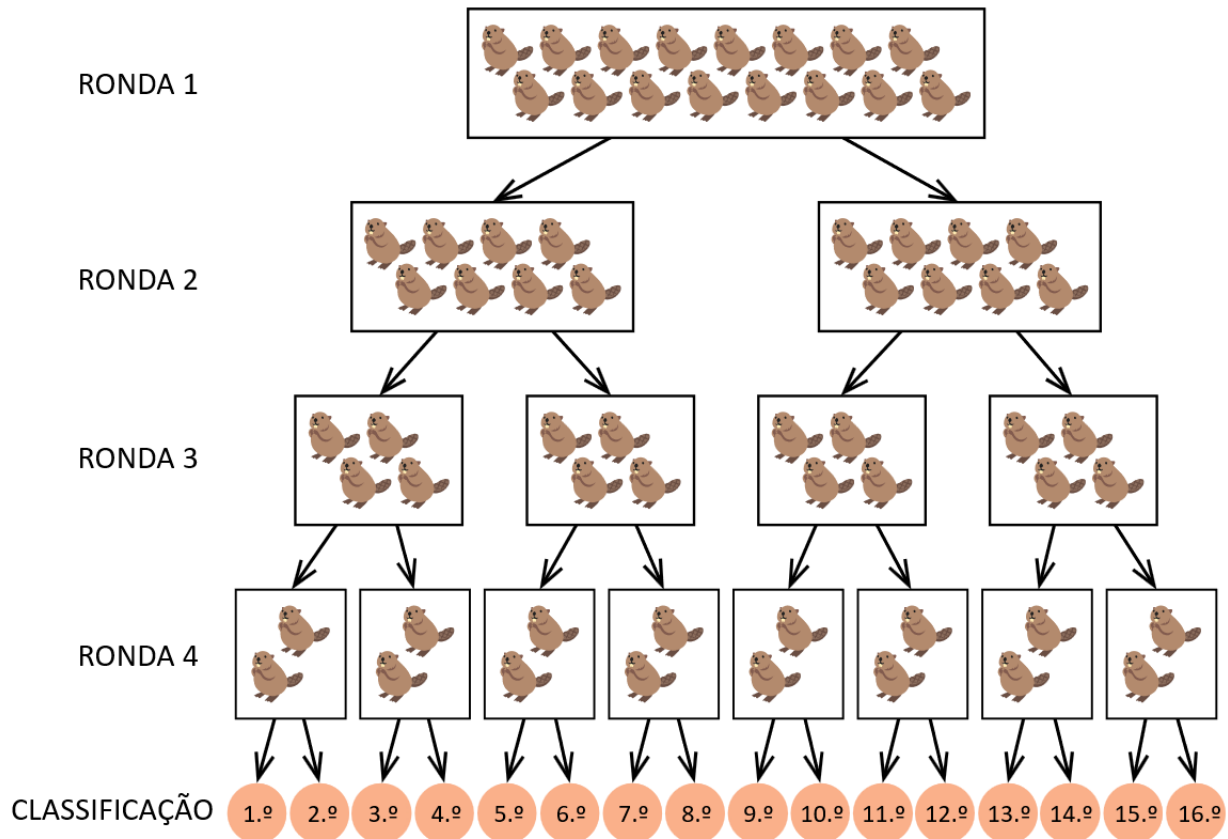
- (A) "Castores odeiam nadar"
- (B) "Castores odeiam correr"
- (C) "Castores adoram nadar"
- (D) "Castores adoram correr"



## 2. Bebrasbol

Hoje é o torneio anual de Bebrasbol. Dezasseis jogadores chegaram para competir em quatro rondas, a fim de determinar a sua classificação geral do 1º ao 16º lugar.

Todos os dezasseis jogadores competem juntos na ronda 1, mas depois de cada ronda os jogadores separam-se. Os jogadores vencedores seguem a seta da esquerda para a ronda seguinte da competição (ou classificação final). Os jogadores derrotados seguem a seta da direita para a ronda seguinte da competição (ou para a classificação final).



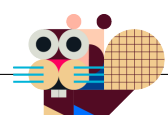
Por exemplo, um jogador que ganhe durante as rondas 1 e 2, mas perca durante as rondas 3 e 4, fica com uma classificação de 4º lugar.

### Pergunta

O Nuno era um jogador do torneio Bebrasbol. Se o Nuno perdeu exatamente uma única ronda (e venceu três), em qual dos seguintes lugares ele **não** pode ter ficado?

### Resposta

- (A) 2º                      (B) 3º                      (C) 5º                      (D) 7º                      (E) 9º

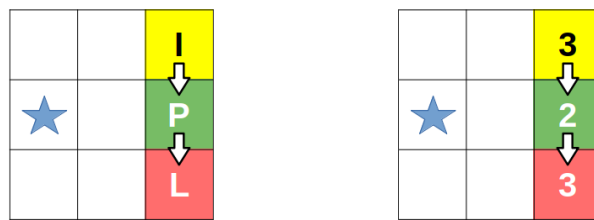


### 3. Mais Perto ou Mais Longe

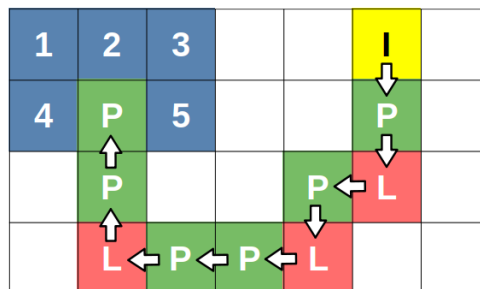
O Daniel está a jogar um jogo para descobrir onde está enterrado o tesouro numa grelha de quadrados.

O Daniel começa num quadrado Inicial (I) e pode mover-se um passo de cada vez apenas no sentido horizontal ou vertical para os quadrados vizinhos. Após cada passo, o Daniel recebe um sinal que indica se está mais **Perto** (P) ou mais **Longe** (L) do tesouro, sendo que a distância ao tesouro é o número mínimo de passos para lá chegar.

Por exemplo, na grelha 3×3 mostrada abaixo, o tesouro está enterrado debaixo do quadrado marcado com ★. O Daniel dá dois passos em frente, seguindo as setas. As distâncias entre os dois quadrados e o tesouro são mostradas abaixo, à direita. O Daniel recebe os sinais **P** e **L**, respetivamente, após cada passo.



Agora, é dada ao Daniel outra grelha 4×7, onde o seu caminho segue as setas e os sinais obtidos também são comunicados. De seguida, o Daniel recebe uma pista que indica que o tesouro está enterrado num dos cinco quadrados numerados.

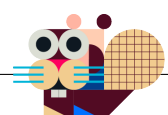


#### Pergunta

Em qual quadrado numerado foi enterrado o tesouro?


#### Respostas possíveis

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

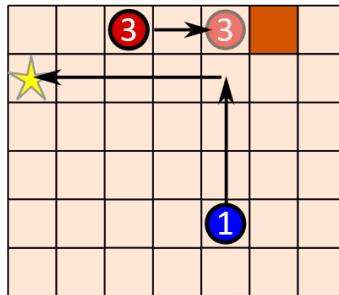


## 4. Robôs de Choque

O objetivo do jogo Robôs de Choque é dar instruções a um robô para que ele se mova da sua posição atual para a estrela ★. Um obstáculo é definido como um objeto que o robô não consegue atravessar. O jogo tem as seguintes regras:

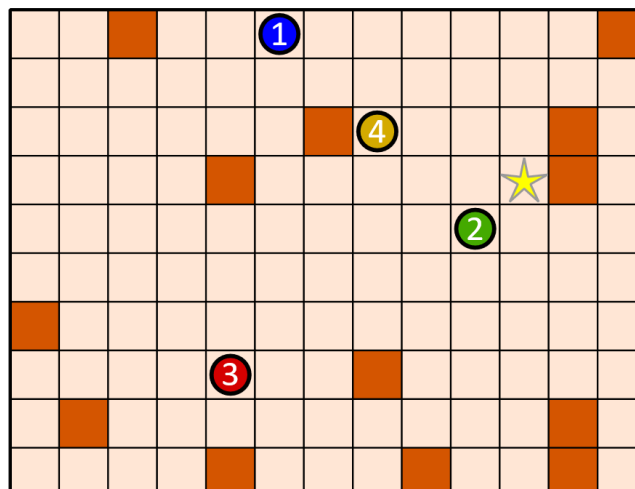
1. Quadrados castanhos  no tabuleiro são obstáculos.
2. Outros robôs também são obstáculos.
3. O robô pode ser programado para mover em 4 direções apenas. As direções são cima (↑), baixo (↓), direita (→) e esquerda (←).
4. Quando o robô começa a mover-se numa direção, ele não para até atingir um obstáculo ou a borda do tabuleiro.
5. Quando um robô inicia o seu movimento, os restantes robôs esperam até que ele pare.

No exemplo a seguir, o jogador pode mover o robô ① até à estrela combinando 3 movimentos. O primeiro move o robô ③ para a direita. Isto fará com que ele se mova e pare junto ao obstáculo indicado. De seguida, desloca o robô ① para cima e aproveita o robô ③ parado. Por fim, desloca o robô ① para a esquerda.



### Pergunta

Dada a situação no tabuleiro representado a seguir, qual é o número mínimo de movimentos necessários para o robô ① parar na estrela ★?



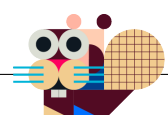
### Respostas possíveis

(A) 4

(B) 6

(C) 7

(D) 9



## 5. Subindo as Colinas

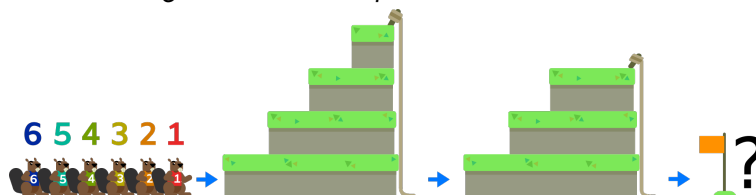
Os castores fazem sempre as suas caminhadas em fila indiana e todos transportam uma escada. Quando chegam a uma degrau da colina, o castor que está à frente segura a sua escada para os outros subirem. Todos os castores que estão a segurar a escada permanecem no seu lugar até que todos os os que não estão a segurar a escada tenham subido até ao topo da colina. Depois, cada castor que estava a segurar uma escada sobe para o nível seguinte usando a sua própria escada. Continuam a subir desta forma até que todos cheguem ao topo. Finalmente, descem com uma corda mantendo a nova ordem.

Por exemplo, se 4 castores chegarem a uma colina com dois degraus na ordem inicial **1234**:

	<p>4 castores chegam à colina na ordem <b>1234</b></p>
	<p>O castor 1 segura a escada para os outros castores</p>
	<p>O castor 2 segura a escada para os outros castores</p>
	<p>Os castores 3 e 4 chegam ao topo da colina</p>
	<p>Os castores 2 e 1 usam as suas escadas para subir 1 nível</p>
	<p>O castor 1 usa a sua escada e chega ao topo da colina</p>
	<p>Os castores descem pela corda mantendo a sua nova ordem <b>3421</b></p>

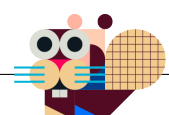
### Pergunta

Seis castores fazem uma caminhada no terreno representado na figura seguinte na ordem inicial **123456**. Por que ordem é que os castores chegam à bandeira final?



### Resposta

(escreve uma ordem na forma de um número de 6 dígitos na folha de respostas)



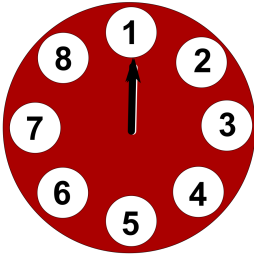
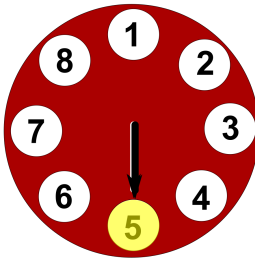
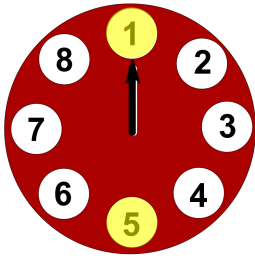

## 6. Abrir o Cofre

Um castor tem de abrir um cofre acendendo a combinação de números correcta.

Em cada movimento, o castor pode rodar a seta no sentido dos ponteiros do relógio exactamente por 3 ou 4 passos (cada passo avança um número).

A seta modifica a luz do número em que pousa: se a luz do número estava apagada, a luz acende-se; se a luz do número estava acesa, a luz apaga-se.

Por exemplo, isto é o que acontece se o castor fizer 3 movimentos, cada um a rodar 4 passos:

Posição Inicial	Depois do 1º movimento (4 passos)	Depois do 2º movimento (4 passos)	Depois do 3º movimento (4 passos)
			

### Pergunta

Para abrir o cofre, o castor precisa de acender **apenas o 7 e o 8** (nenhum outro número deve ficar aceso).

Qual é o **número mínimo de movimentos** que o castor precisa de fazer para acender apenas o 7 e o 8 a partir da posição inicial mostrada acima?

### Respostas possíveis

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

(E) 7





## 7. Matrículas de Carros

Em muitos países, os carros têm uma variedade de desenhos e formatos de série para as matrículas. Geralmente, as matrículas utilizam letras do alfabeto inglês (composto por 26 letras) e algarismos.

A castora Isabel está interessado em saber qual dos países fornecidos pode registrar o maior número de carros, assumindo que as letras (A-Z) e os algarismos (0-9) estão sempre dispostos da mesma forma que no modelo fornecido.

São permitidas todas as combinações possíveis de letras e dígitos. Especificamente, se um carácter no exemplo for uma letra, pode ser qualquer letra nesse local, e a mesma regra aplica-se se o carácter na matrícula de exemplo for um dígito.


Os códigos de país na parte azul da matrícula não mudam e não são contabilizados.





### Pergunta



*Em qual dos seguintes países existem mais possíveis matrículas diferentes?*


### Respostas possíveis

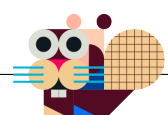
(A)  **BZM-184** Finlândia

(B)  **BL 976AA** Eslováquia

(C)  **BN 08 CTL** Roménia

(D)  **SG 197052**  Suíça

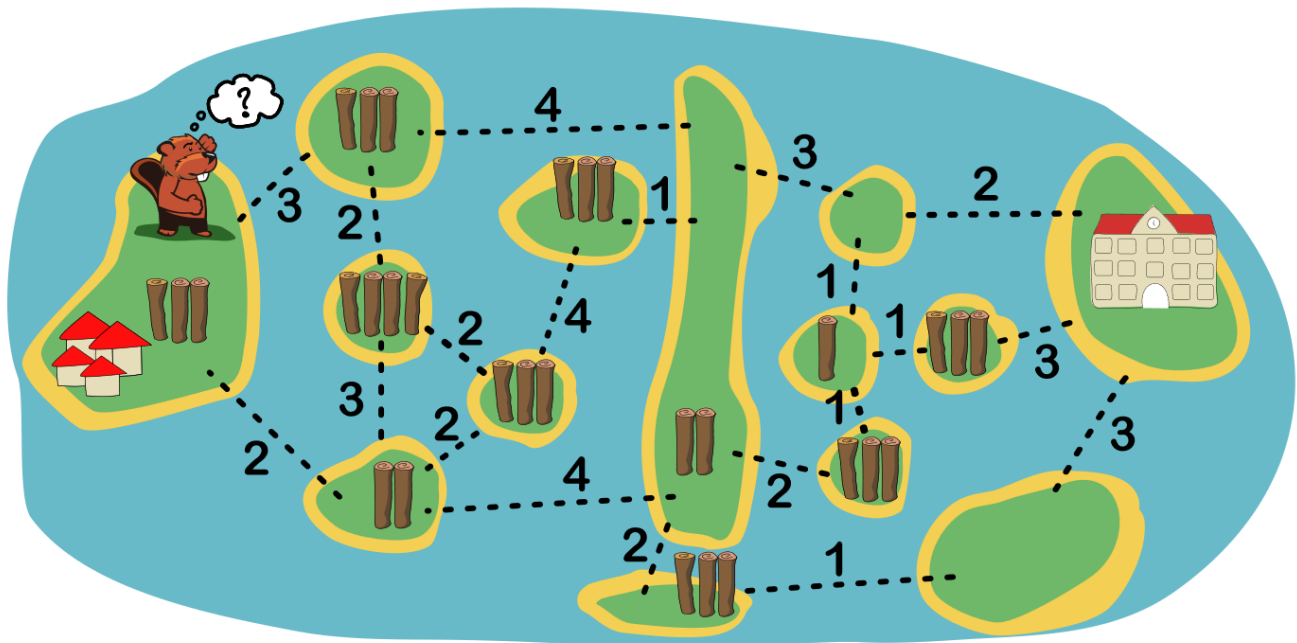
(E)  **AK 9265 AK** Ucrânia



## 8. Construção de Pontes

O castor Paulo é um construtor de pontes. A sua próxima tarefa é construir pontes para que os alunos da sua aldeia possam chegar à nova escola.

- Infelizmente, o Paulo não sabe nadar, por isso, primeiro tem de construir uma ponte que possa ser usada para atravessar a água tantas vezes quantas as necessárias;
- Para construir uma ponte, o Paulo precisa de troncos suficientes. Na sua aldeia, ele só pode apanhar 3 troncos para começar. Ele também pode viajar entre quaisquer ilhas ligadas por pontes para apanhar mais troncos. O mapa abaixo mostra quantos troncos são necessários para construir uma ponte em cada possível travessia de água e quantos troncos estão disponíveis em cada ilha;
- Cada tronco só pode ser usado uma vez, mas nem todos os troncos disponíveis têm de ser usados.



### Pergunta

Qual é o menor número de troncos que o Paulo precisa de usar em pontes para criar um caminho que os alunos possam usar para ir da aldeia para a escola por terra e por pontes?

### Respostas possíveis

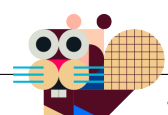
(A) 11

(B) 12

(C) 13

(D) 14

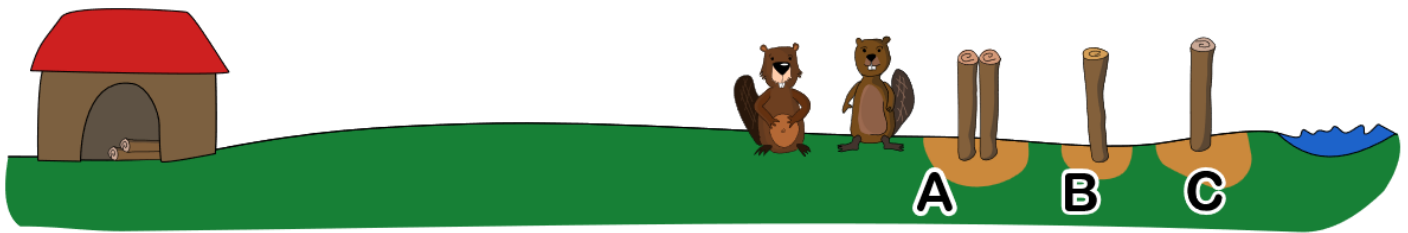
(E) 17



## 9. Troncos para o Armazém

Os castores Tiago e Vasco têm de transportar troncos - um de cada vez! - da margem do rio para o armazém à esquerda. Para tornar o seu trabalho mais agradável, decidem fazer turnos no trabalho. Quem está de serviço seleciona um tronco e carrega-o para a esquerda, até encontrar outro tronco ou chegar ao armazém. Quem for obrigado a carregar o último tronco até ao armazém perde o jogo.

Dizemos que um castor tem uma estratégia vencedora se houver uma forma de ele jogar e ganhar sempre, independentemente da forma como o adversário joga.



Hoje, têm de transportar quatro troncos, dispostos da forma indicada, e o Tiago é o primeiro a chegar.

### Pergunta

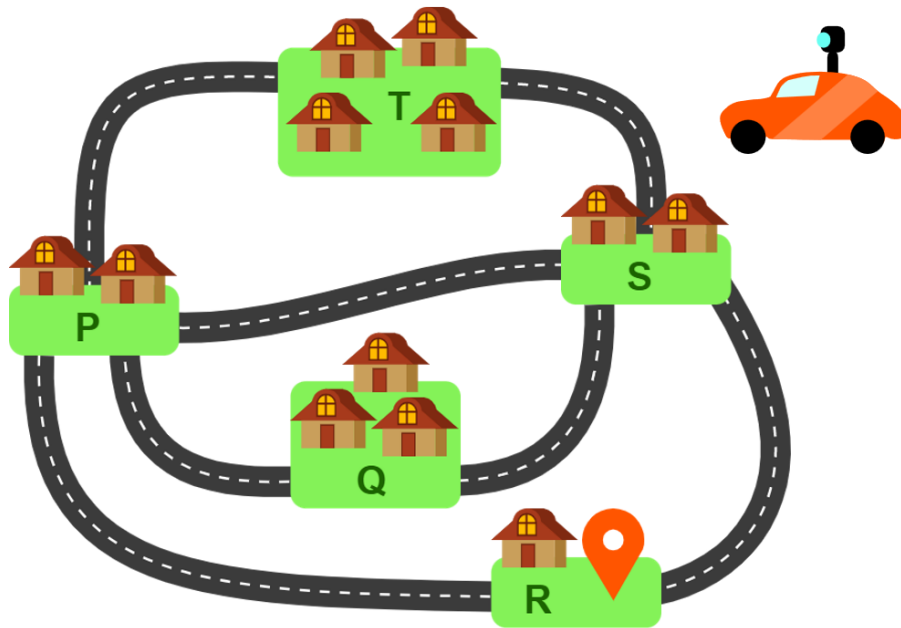
*Apenas uma das seguintes afirmações é verdadeira: qual é?*

### Respostas possíveis

- (A)** O Tiago tem uma estratégia vencedora e deve começar por transportar um dos dois troncos de A para o armazém.
- (B)** O Tiago tem uma estratégia vencedora e deve começar por transportar o tronco em B para o lado dos dois troncos em A.
- (C)** O Tiago tem uma estratégia vencedora e deve começar por transportar o tronco em C para o lado do tronco em B.
- (D)** Nenhuma das estratégias do Tiago das outras opções é vencedora.

## 10. CastorMaps

A *CastorMaps* está a recolher imagens de **todas** as estradas que ligam as aldeias apresentadas no mapa abaixo. Devido a limitações de tempo, **dispõem de apenas 7 horas** para captar estas imagens. Podem escolher qualquer rota que lhes permita realizar esta tarefa, tendo em conta que é preciso exatamente 1 hora para captar imagens de cada estrada que liga duas aldeias.

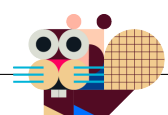


### Pergunta

Partindo da aldeia R, **quantos percursos diferentes** poderia o carro utilizar para completar as imagens do mapa em exatamente 7 horas?

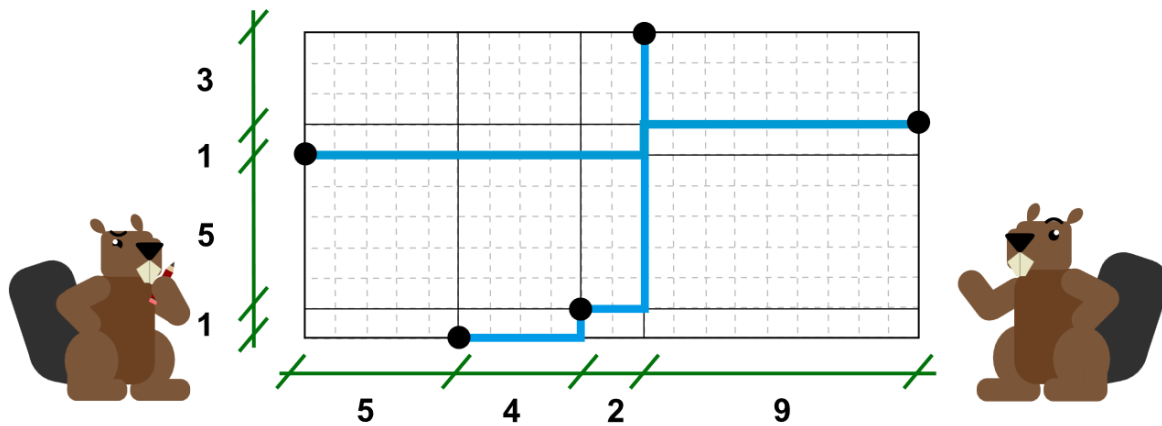
### Respostas possíveis

- (A) 3      (B) 4      (C) 6      (D) 8      (E) 10      (F) 12



## 11. Plano do Canal

O arquiteto Mauro, o castor, apresenta o seu plano para a construção de um canal de água para ligar as cinco habitações da aldeia, indicadas no mapa com círculos pretos. O Mauro considera agradável seguir as linhas horizontais e verticais que atravessam cada uma das habitações; no seu desenho de  $10 \times 20$ , indica as distâncias entre essas linhas e, a azul mais carregado, um possível traçado do canal.



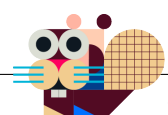
O castor Jaime observa que este canal tem um comprimento total de 36 unidades... no entanto podia ser mais curto!

### Pergunta

Qual é o comprimento do canal mais curto que pode ser feito unindo segmentos horizontais e verticais nessas linhas que atravessam as cinco habitações?

### Respostas possíveis

- (A) 30      (B) 31      (C) 32      (D) 33      (E) 34      (F) 35

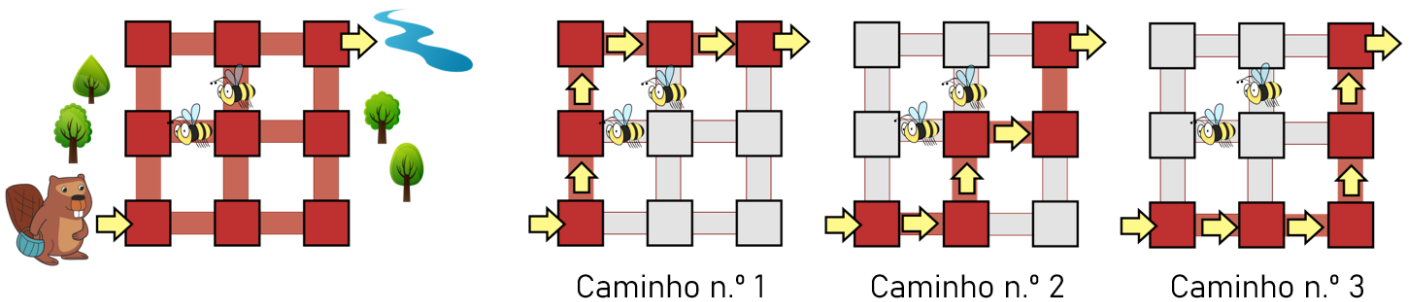


## 12. Caminhando na Floresta

O castor Pedro adora passear numa floresta. Ele começa sempre a sua caminhada no **canto inferior esquerdo** do mapa e vai até ao **canto superior direito**, onde se encontra um belo rio.

Além disso, **evita sempre as abelhas**  e vai sempre **para cima ou para a direita** quando caminha .

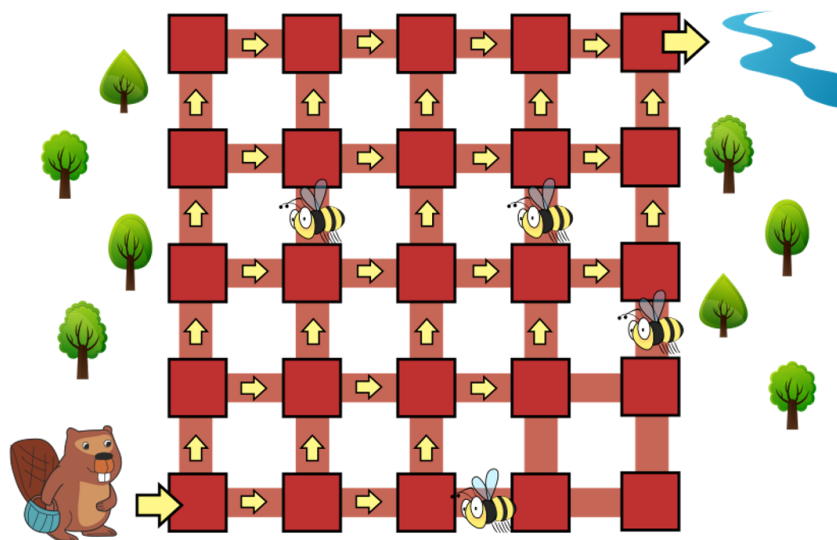
O Pedro aborrece-se facilmente e prefere sempre evitar percorrer exatamente o mesmo caminho, por isso rapidamente descobriu que a floresta tem 3 caminhos diferentes que pode utilizar:



O Pedro visita regularmente o seu amigo João, que vive numa floresta maior, e quer descobrir quantos caminhos diferentes existem lá. Podes ajudá-lo?

### Pergunta

**Quantos caminhos diferentes** pode o Pedro usar na seguinte floresta, assumindo que vai sempre para cima ou para a direita e que quer evitar as abelhas?



### Resposta

(escreve um número inteiro na folha de respostas)